

Professor: Victor Hugo Gonzalez Martinez

Nome: _____

1. Enuncie, demonstre e explique a importância de algum dos seguintes resultados:
 - Forma Analítica do Teorema de Hahn-Banach;
 - Unicidade da Extensão do Teorema de Hahn-Banach;
 - 1ª Forma Geométrica do Teorema de Hahn-Banach;
 - Lema de Baire;
 - Teorema da Aplicação Aberta;
 - Princípio da Limitação Uniforme;
 - Teorema do Gráfico Fechado;
2. Em um espaço normado X , convergência absoluta implica convergência se, e somente se, X é um espaço de Banach.
3. Sejam X e $Y \neq \{0\}$ espaços normados, onde $\dim_{\mathbb{R}} X = \infty$. Mostre que existe pelo menos um operador ilimitado $T : X \rightarrow Y$.
4. Sejam E um espaço normado, M um subespaço fechado de E , $y_0 \in E \setminus M$ e $d = \text{dist}(y_0, M)$. Então existe um funcional linear $\varphi \in E'$ tal que $\|\varphi\| = 1$, $\varphi(y_0) = d$ e $\varphi(x) = 0$ para cada $x \in M$.
5. Mostre que o espaço dos polinômios $\mathbb{R}[x]$ em uma variável x não é um espaço de Banach em nenhuma norma. Dica: Baire.

Se você é aluno de graduação, pode substituir até dois dos Exercícios de 2 a 5 pelos exercícios abaixo:

6. Mostre que ℓ^p é completo para $1 \leq p < \infty$.
7. Seja X um espaço de Banach de dimensão infinita. Então qualquer base de Hamel de X é não enumerável.