UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – ÁREA II

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL 3

LISTA DE EXERCÍCIOS

FLUXO

1. Considere o campo de vetores $\vec{F}(x, y, z) = (x - y, x + y, z)$. Calcule o fluxo de $\vec{F}$ através da superfície S, orientada com normal $\vec{n}$ exterior a S, onde

   (a) $S: \; x^2 + y^2 = a^2$, com $a > 0$ e $0 \leq z \leq h$;

   (b) $S: \; x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, com $a > 0$.

2. Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{F}(x, y, z) = (x - y - 4)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ através da semiesfera superior $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, com campo de vetores normais $\vec{n}$ tal que $\langle \vec{n}, \vec{k} \rangle > 0$.

3. Calcule $\displaystyle\iint_S \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle \, dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = -z\vec{k}$ e S é a parte da esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ fora do cilindro $x^2 + y^2 = 1$, com $\vec{n}$ apontando para fora da esfera.

4. Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{F}(x, y, z) = -x\vec{i} - y\vec{j} + 3y^2z\vec{k}$ sobre a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 16$, situado no primeiro octante, entre $z = 0$ e $z = 5 - y$ com a orientação normal que aponta para o eixo z.

5. Calcule $\displaystyle\iint_S \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle \, dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = xze^y\vec{i} - xze^y\vec{j} + z\vec{k}$ e S é a parte do plano $x + y + z = 1$ no primeiro octante com orientação para baixo.

6. Calcule $\displaystyle\iint_S \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle \, dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + 5\vec{k}$ e S é a fronteira da região delimitada pelo cilindro $x^2 + z^2 = 1$ e pelos planos $y = 0$ e $x + y = 2$ com orientação positiva (isto é, $\vec{n}$ exterior a S).

7. Calcule $\displaystyle\iint_S \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle \, dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = -x\vec{i} + 2z\vec{k}$ e S é a fronteira da região delimitada pelo parabolóide $z = x^2 + y^2$ e pelo plano $z = 1$ com $\vec{n}$ exterior a S.

8. Calcule $\displaystyle\iint_S \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle \, dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}$ e S é a parte do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ interior ao cilindro $x^2+y^2 = 1$, orientada com normal $\vec{n}$ tal que $\langle \vec{n}, \vec{k} \rangle < 0$.

9. Determine o fluxo do campo $\vec{F}(x, y, z) = (yz, \, -xz, \, x^2 + y^2)$ através de S,onde S é a superfície de revolução obtida pela rotação do segmento de reta que liga os pontos $(1, 0, 1)$ e $(0, 0, 3)$ em torno do eixo z, com o vetor normal $\vec{n}$ tem a componente z não negativa.

10. Calcule $\displaystyle\iint_S \langle \vec{F},\, \vec{n} \rangle \, dS$, onde $\vec{F}(x,y,z) = (z+3x)\vec{i} + 5y\vec{j} + (z+3)\vec{k}$ e S é a superfície do sólido limitado por $z = 1 - y^2, x = 0, x = 2$ e o plano xy, com vetor normal $\vec{n}$ apontando para fora.

Respostas:

1. a) $2\pi a^2 h$. b) $4\pi a^3$.
2. 2π.
3. $-4\pi\sqrt{3}$
4. $40\pi - 64$.
5. $-\frac{1}{6}$.
6. 4π.
7. $-\frac{3\pi}{2}$.
8. -3π.
9. $\frac{\pi}{2}$.
10. 24.