

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – ÁREA II

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL 3
LISTA DE EXERCÍCIOS
SÉRIES NUMÉRICAS

1. Verifique que cada uma das séries a seguir é uma série telescópica e mostre que sua soma converge para o número indicado.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2}$$

$$(b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} = \frac{3}{4}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{1}{4}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1$$

2. Use a relação $\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A-B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$ para mostrar que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n - \sqrt{n^2-1})$$

é divergente.

3. para quais valores de p a série

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^p \ln n}$$

é convergente?

Resp.: $p > 1$.

4. Mostre que se $a_n > 0$ e $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ for convergente, então

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1+a_n)$$

é convergente.

5. Quantos termos da série

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^2}$$

você precisaria adicionar para encontrar sua soma com precisão de 0,01?

Resp.: $n > e^{100}$.

6. Determine se a série é absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^3}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{n!}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2}{3}\right)^n$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)!}$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{2} - 1\right)^n$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}$

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$

k) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2+1}$

l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}$

m) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n+1}}{2^{3n}}$

n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$

o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2 \operatorname{sen} n}{n^3}$

p) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}$

q) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10-n}{n}\right)^n$

r) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{n!}$

s) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

t) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \pi n}{n}$

u) $\sum_{n=4}^{\infty} \left(\frac{1}{n-3} - \frac{1}{n}\right)$

v) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$

w) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$

x) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{1,03}\right)^n n^3$

Resp.: a, c, d, e, f, h, i, j, k, m, n, o, p, r, s, t, u, v, w, x convergem;

b, g, l, q divergem;

7. Os termos de uma série são definidos recursivamente por

$$a_1 = 2 \quad \text{e} \quad a_{n+1} = \frac{5n+1}{4n+3} a_n.$$

Determine se a série converge ou diverge.

Resp.: diverge.

8. Os termos de uma série são definidos recursivamente por

$$a_1 = 1 \quad \text{e} \quad a_{n+1} = \frac{2 + \cos n}{\sqrt{n}} a_n.$$

Determine se a série converge ou diverge.

Resp.: converge.

9. Para quais valores de $k \in \mathbb{N}$ a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(kn)!}$$

é convergente?

Resp.: $k \geq 2$