UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – ÁREA II

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL 3

LISTA DE EXERCÍCIOS

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

1. Mostre que

   (a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1.$

   (b) Se $a > 1$, então $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1.$

   (c) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n!} = \infty.$

2. Determine se a sequência $\{a_n\}$ é convergente ou divergente. Em caso de convergência, determine o limite.

   $a)\quad a_n = \dfrac{1-2n}{1+2n}$ $\qquad b)\quad a_n = \dfrac{1-5n^4}{n^4+8n^3}$ $\qquad c)\quad a_n = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$

   $d)\quad a_n = \sqrt{\dfrac{2n}{n+1}}$ $\qquad e)\quad a_n = \cos(\pi n)$ $\qquad f)\quad a_n = \dfrac{n}{2^n}$

   $g)\quad a_n = \dfrac{\ln(n+1)}{\sqrt{n}}$ $\qquad h)\quad a_n = \dfrac{\ln n}{\ln 2n}$ $\qquad i)\quad a_n = \left(1+\dfrac{7}{n}\right)^n$

   $j)\quad a_n = \dfrac{n!}{10^{6n}}$ $\qquad k)\quad a_n = \left(\dfrac{1}{n}\right)^{1/(\ln n)}$ $\qquad l)\quad a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}-n}$

3. Considere a sequência definida por
$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n+3}{4}, \quad n \geq 1.$$
   Mostre $\{a_n\}$ é uma sequência monótona e que $a_n \leq 2$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Conclua que $\{a_n\}$ é convergente e calcule o seu limite.

4. Considere a sequência definida por
$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{2a_n}, \quad n \geq 1.$$
   Mostre $\{a_n\}$ é uma sequência monótona e que $1 \leq a_n \leq 2$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Conclua que $\{a_n\}$ é convergente e calcule o seu limite.

5. Defina a sequência
$$a_1 = 2 \quad \text{e} \quad a_{n+1} = 5 - \frac{4}{a_n} \quad \text{para} \quad n \geq 2.$$
   Verifique que $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ é uma sequência monótona e que $a_n \leq 4$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Conclua que $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ é convergente e calcule o seu limite.