

Professor: Victor Hugo Gonzalez Martinez

Nome: _____

1. Defina o conceito de função conjugada harmônica. Verifique que a função $u(x, y) = 2x - x^3 + 3xy^2$ é harmônica e determine sua harmônica conjugada v e encontre uma função analítica $f(z) = u + iv$ que satisfaz $f(2 + i) = 2 + 7i$.
2. Seja C o segmento de reta que liga i à $2 + i$. Mostre que

$$\left| \int_C \ln(z + 1) dz \right| \leq \ln(10) + \frac{\pi}{2},$$

onde $f(z) = \ln(z)$ é o ramo principal do logaritmo.

3. Suponha que f uma função inteira. Suponha que existem constantes $M, R > 0$ e um inteiro $n \geq 1$ tal que $|f(z)| \leq M|z|^n$ para cada $|z| > R$. Mostre que f é um polinômio de grau $\leq n$.
4. Calcule a série de Laurent das funções $f(z) = z^{-1}$ e $g(z) = z^{-2}$ na região $D = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z - i| < \infty\}$. Dica $g(z) = -f'(z)$.
5. Mostre que $\int_0^\infty \frac{x \operatorname{sen}(2x)}{x^2 + 3} dx = \frac{\pi}{2} e^{-2\sqrt{3}}$.