

Professor: Victor Hugo Gonzalez Martinez

Nome: _____

1. Encontre o desenvolvimento em série de potências em torno de $z_0 = 0$ das funções abaixo:

a) $f(z) = \cos(z^2)$;

b) $f(z) = \frac{e^{2z} - 1}{z^2}$.

2. Dê um exemplo de uma função complexa com:

a) singularidade removível no ponto $z_0 = i$;

b) polo de ordem $m > 1$ no ponto $z_0 = i$;

c) singularidade essencial no ponto $z_0 = i$.

Justifique seus exemplos com base na definição ou caracterização em série de Laurent.

3. Considere a função

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - z^5}.$$

a) Encontre a série de Laurent de f em torno da origem na região $A = \{z : 0 < |z| < 1\}$.

b) Encontre a série de Laurent de f em torno da origem na região $A = \{z : |z| > 1\}$.

4. Considere a função $f(z) = \frac{e^{iz}}{(z^2 + 9)(z - 3i)}$.

a) Determine a ordem dos polos de f .

b) Calcule os resíduos de f em cada um de seus polos.

c) Calcule $\int_{\gamma} f(z) dz$ sendo $\gamma(t) = 1 + 4e^{it}$ com $0 \leq t \leq 2\pi$.

5. Mostre que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)}{x(x^2 - 2x + 2)} dx = \frac{\pi}{2} e^{-1} (\sin(1) + \cos(1)).$$